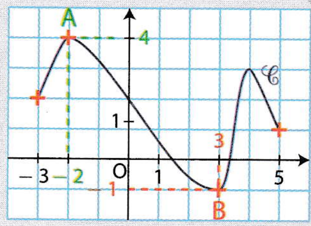
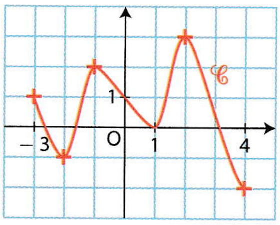
10 Variations et extremums

FICHE 69 Bien démarrer

- La courbe $\mathscr{C}$ définit une fonction f sur l'intervalle $[-3\,;5]$.
- Le point le « **plus haut** » de $\mathscr{C}$ sur l'intervalle $[-3\,;5]$ est le point **A** de coordonnées **$(-2\,;4)$**.
- Le point le « **plus bas** » de $\mathscr{C}$ sur l'intervalle $[-3\,;5]$ est le point **B** de coordonnées **$(3\,;-1)$**.



1 Observer une courbe



Dans le repère ci-contre, la courbe $\mathscr{C}$ définit une fonction f sur l'intervalle $[-3\,;4]$.

a. Indiquer les coordonnées :

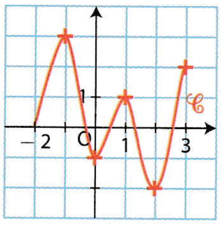
• du point A le plus haut de la courbe : ....

• du point B le plus bas de la courbe : ....

b. Traduire le fait que les points A et B appartiennent à la courbe $\mathscr{C}$ par des égalités du type $f(a) = b$.

....

2 Utiliser des intervalles



Dans le repère ci-contre, la courbe $\mathscr{C}$ définit une fonction f sur l'intervalle $[-2\,;3]$.

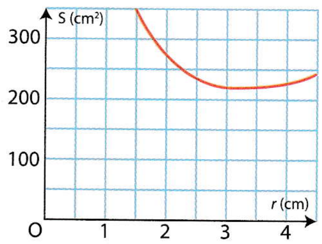
Pour chaque intervalle, indiquer les coordonnées du point H le plus haut de la courbe et du point B le plus bas.

a. Sur $[-2\,;1]$ **b.** Sur $[0\,;3]$ **c.** Sur $[0\,;2]$

....

....

3 Comprendre un graphique



Pour fabriquer une boîte cylindrique de rayon r, en cm, on utilise une superficie S, en cm^2, de métal.

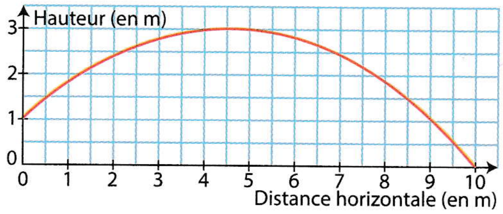
La courbe représentée dans le repère ci-contre, est celle de la fonction $r \mapsto \text{S}$.

Indiquer la surface minimum S et le rayon r correspondant.

S ≈ .... r ≈ ....

4 Relier un graphique et une formule

La courbe tracée dans le repère ci-dessous, modélise la trajectoire d'une flèche tirée avec un arc. Cette courbe donne la hauteur (en m) de la flèche en fonction de la distance horizontale (en m) parcourue par la flèche.



1. Quelle semble être la hauteur maximum atteinte par la flèche ? ....

2. La courbe ci-dessus représente la fonction f définie par :

$$f(x) = -0{,}1x^2 + 0{,}9x + 1.$$

a. Calculer $f(4)$ et $f(5)$.

b. La flèche s'élève-t-elle à plus de 3 m de hauteur ? Expliquer.

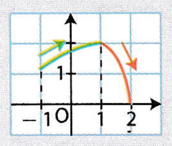
5 Connaître la parabole

Quels sont les points le plus haut H et le plus bas B de la parabole représentant dans un repère la fonction carré sur l'intervalle $[-2\,;1]$?

FICHE 70 Sens de variation d'une fonction

▸ f est une fonction définie sur un intervalle I. Dire que :
- f est **croissante sur** I signifie que pour tous nombres réels u et v de I, si $u \leqslant v$, alors $f(u) \leqslant f(v)$;
- f est **décroissante sur** I signifie que pour tous nombres réels u et v de I, si $u \leqslant v$, alors $f(u) \geqslant f(v)$.

Courbe de f



f est la fonction définie sur l'intervalle $[-1\,;\,2]$ par la courbe $\mathscr{C}$ dans le repère ci-contre.
f est **croissante** sur l'intervalle $[-1\,;\,1]$.
f est **décroissante** sur l'intervalle $[1\,;\,2]$.

Tableau de variations de f

x	-1		1		2
$f(x)$	1	↗	2	↘	0

Deux calculs

- Calculer $A = \dfrac{8 - \dfrac{5}{4}}{7}$ sous forme fractionnaire.

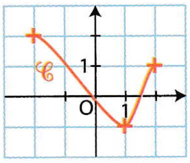
....

- Développer et réduire $B = (1 - 2x)^2$.

....

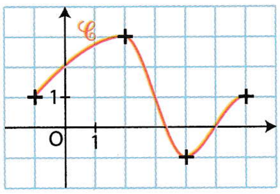
★

1 f est la fonction définie sur l'intervalle $[-2\,;\,2]$ par la courbe $\mathscr{C}$ dans le repère ci-contre.
Compléter ce tableau de variations de la fonction f.



x	
$f(x)$	

2 Dans le repère ci-contre, la courbe $\mathscr{C}$ définit une fonction f.
a. Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ?



....

b. Compléter ce tableau de variations de la fonction f.

x	
$f(x)$	

3 Voici le tableau de variations d'une fonction f.

x	2		6		9		15
$f(x)$	1	↗	8	↘	-4	↗	0

Compléter par $\leqslant$ ou $\geqslant$ ou ? si on ne peut rien dire.
- $f(3)$ ..... $f(4)$
- $f(7)$ ..... $f(8)$
- $f(10)$ ..... $f(12)$
- $f(3)$ ..... $f(7)$
- $f(3)$ ..... $f(15)$
- $f(7)$ ..... $f(15)$

★★

4 g est une fonction définie sur l'intervalle $[2\,;\,9]$.
- g est croissante sur l'intervalle $[2\,;\,4]$.
- g est décroissante sur l'intervalle $[4\,;\,9]$.
- $g(2) = 5$, $g(4) = 8$, $g(9) = 3$.

a. Compéter ce tableau de variations de la fonction g.

x	
$g(x)$	

b. x désigne un nombre réel.
Compléter les encadrements de $g(x)$.
- $2 \leqslant x \leqslant 4$ donc .... $g(x)$ ....
- $4 \leqslant x \leqslant 9$ donc .... $g(x)$ ....

5 x et y désignent deux nombres réels et h est une fonction définie sur l'intervalle $[-6\,;\,8]$ telle que :
- si $-6 \leqslant x \leqslant y \leqslant 0$, alors $h(x) \leqslant h(y)$;
- si $0 \leqslant x \leqslant y \leqslant 5$, alors $h(x) \geqslant h(y)$;
- si $5 \leqslant x \leqslant y \leqslant 8$, alors $h(x) \leqslant h(y)$;
- $h(-6) = -2$, $h(0) = 4$, $h(5) = 1$, $h(8) = 7$.

Compléter le tableau de variations de la fonction h.

x	
$h(x)$	

6 Voici le tableau de variations d'une fonction f.

x	-3		1		3		5
$f(x)$	2	↘	-2	↗	1	↘	0

Tracer dans le repère ci-dessous deux courbes susceptibles de représenter la fonction f.